专题五　三角函数与解三角形

5.1　三角函数的概念、同角三角函数的基本关系及诱导公式

考点　三角函数的概念、同角三角函数的基本关系及诱导公式

1.(2022全国甲理,8,5分)沈括的《梦溪笔谈》是中国古代科技史上的杰作,其中收录了计算圆弧长度的“会圆术”*.*如图,是以*O*为圆心,*OA*为半径的圆弧,*C*是*AB*的中点,*D*在上,*CD*⊥*AB.*“会圆术”给出的弧长的近似值*s*的计算公式:*s*=*AB*+*.*当*OA*=2,∠*AOB*=60*°*时,*s*=(　　)

source:si_idm705934896;FounderCES

A.

答案　B　连接*OC*,如图*.*

source:si_idm705565232;FounderCES

∵*C*是*AB*的中点,*OA*=*OB*=2,∴*OC*⊥*AB.*

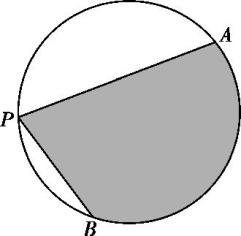
又∵*CD*⊥*AB*,

∴*D*,*C*,*O*三点共线*.*

∵∠*AOB*=60*°*,∴*AB*=2,*OC*=,*CD*=2-,

∴*s*=2+,故选B*.*

2.(2019北京文,8,5分)如图,A,B是半径为2的圆周上的定点,*P*为圆周上的动点,∠*APB*是锐角,大小为*β*.图中阴影区域的面积的最大值为(　　)



A.4β+4cos β　　　　　B.4β+4sin β

C.2β+2cos β　　　　　D.2β+2sin β

答案　B　本题主要考查扇形面积、三角形面积公式及应用;主要考查学生的推理论证能力和运算求解能力;考查的核心素养是数学运算.

由圆的性质易知,当|PA|=|PB|时,阴影部分的面积最大,其面积为△PAB的面积与弓形的面积之和.

作PD⊥AB于D点,由∠APB=β,知∠DOB=β(O为圆心).所以|OD|=2cos β,|PD|=2+2cos β,|AB|=4sin β.所以S△PAB=·|AB|·|PD|=4sin β(1+cos β).S弓形=S扇形OAB-S△OAB=·2β·22-·4sin β·2cos β=4β-4sin β·

cos β.

故阴影部分的面积为S△PAB+S弓形=4sin β+4sin βcos β+4β-4sin βcos β=4β+4sin β.故选B.

思路分析　本题阴影部分由一个三角形与一个弓形构成,当β确定时,弓形面积是确定的,故三角形面积最大时,阴影部分面积最大.

3.(2014课标Ⅰ文,2,5分)若tan α>0,则(　　)

A.sin α>0　　　　　B.cos α>0

C.sin 2α>0　　　　　D.cos 2α>0

答案　C　由tan α>0得α是第一或第三象限角,若α是第三象限角,则A,B错;由sin 2α=2sin αcos α知

sin 2α>0,C正确;α取时,cos 2α=2cos2α-1=2×-1=-<0,D错.故选C.

评析　本题考查三角函数值的符号,判定时可运用基本知识、恒等变形及特殊值等多种方法,具有一定的灵活性.

4.(2014大纲全国文,2,5分)已知角α的终边经过点(-4,3),则cos α=(　　)

A.　　　B.　　　C.-　　　D.-

答案　D　由三角函数的定义知cos α==-.故选D.

5.(2015福建文,6,5分)若sin α=-,且α为第四象限角,则tan α的值等于(　　)

A.　　　B.-　　　C.　　　D.-

答案　D　∵sin α=-,α为第四象限角,

∴cos α==,∴tan α==-.故选D.

6.(2014大纲全国理,3,5分)设a=sin 33°,b=cos 55°,c=tan 35°,则(　　)

A.a>b>c　　　B.b>c>a　　　C.c>b>a　　　D.c>a>b

答案　C　∵b=cos 55°=sin 35°>sin 33°=a,∴b>a.

又∵c=tan 35°=>sin 35°=cos 55°=b,∴c>b.∴c>b>a.故选C.

7.(2013浙江理,6,5分)已知α∈R,sin α+2cos α=,则tan 2α=(　　)

A.　　　B.　　　C.-　　　D.-

答案　C　(sin α+2cos α)2=,展开得3cos2α+4sin αcos α=,再由二倍角公式得cos 2α+2sin 2α=0,故tan 2α==-=-,选C.

评析　本题考查同角三角函数的基本关系式和三角恒等变换,考查转化与化归思想,考查学生灵活应用公式的能力和运算求解能力.三角函数求值问题关键在于观察角与角之间的关系和三角函数名之间的关系.

8.(2013大纲全国文,2,5分)已知α是第二象限角,sin α=,则cos α=(　　)

A.-　　　B.-　　　C.　　　D.

答案　A　∵α是第二象限角,∴cos α<0.

∴cos α=-=-.故选A.

评析　本题考查三角函数值在各象限的符号,同角三角函数关系,属容易题.

9.(2013广东文,4,5分)已知sin=,那么cos α=(　　)

A.-　　　B.-　　　C.　　　D.

答案　C　∵sin=sin=cos α,∴cos α=.故选C.

10.(2017北京文,9,5分)在平面直角坐标系xOy中,角α与角β均以Ox为始边,它们的终边关于y轴对称.若sin α=,则sin β=　　　　.

答案

解析　本题考查三角函数的诱导公式.

由角α与角β的终边关于y轴对称,可得β=(2k+1)π-α,k∈Z,∵sin α=,∴sin β=sin[(2k+1)π-α]=sin α=.

11.(2011江西文,14,5分)已知角θ的顶点为坐标原点,始边为x轴的正半轴.若P(4,y)是角θ终边上一点,且sin θ=-,则y=　　　　.

答案　-8

解析　P(4,y)是角θ终边上一点,由三角函数的定义知sin θ=,又sin θ=-,∴=-,解得y=-8.

评析　本题主要考查任意角三角函数的定义,考查运算求解能力,由题意得=-是本题求解的关键.

12.(2016四川文,11,5分)sin 750°=　　　　.

答案

解析　sin 750°=sin(720°+30°)=sin 30°=.

解后反思　利用诱导公式把大角化为小角.

评析　本题考查了三角函数的诱导公式.

13.(2013课标Ⅱ理,15,5分)设θ为第二象限角,若tan=,则sin θ+cos θ=　　　　.

答案　-

解析　tan θ=tan==-,

∴sin θ=-cos θ,将其代入sin2θ+cos2θ=1得cos2θ=1,∴cos2θ=,又易知cos θ<0,∴cos θ=-,∴sin θ=,故sin θ+cos θ=-.